UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS – CCA/ UFES
Departamento de Engenharia Rural

Lista de exercícios 6

Disciplina: Computabilidade e Complexidade
Professora: Juliana Pinheiro Campos
Data: 02/12/2011
Assunto: Complexidade de algoritmos, problemas P e NP

1) Responda V (verdadeiro) ou F (falso) e justifique:

   a) $n^2 = O(n)$.
   b) $n\log n = O(n^2)$
   c) Sabendo que o problema P1 é NP-completo e pode ser reduzido a um problema P2 em tempo $O(n^2)$, podemos dizer que P2 também é NP-completo.
   d) Sabendo que um problema P1 se reduz a um problema P2 em tempo O(n) e que P2 é NP-completo, podemos concluir que P1 é NP-completo.

2) Explique a relação entre as MT e os problemas P e NP.

3) Explique a afirmação: Podemos dizer que toda MTN de tempo polinomial pode ser simulada em uma MTD em tempo exponencial.

4) Qual a diferença entre a redução estudada na teoria da indecidibilidade para redução estudada agora na teoria da complexidade?

5) Resolva os seguintes somatórios:

   a) $\sum_{i=1}^{n} 3^i$

   b) $\sum_{i=1}^{n} i2^i$

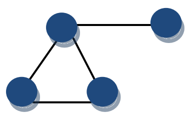
   c) $\sum_{i=m}^{n} a_i - a_{i-1}$

6) Resolva as seguintes relações de recorrência:

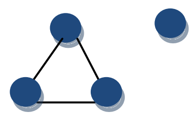
a) T(n) = T(n-1) + n-1
   T(1) = 0

b) T(n) = 2T(n/2) + n
   T(1) = 0

7) Seja a linguagem CONEXO = {<G> | G é um grafo não direcionado conexo}. O algoritmo abaixo decide a linguagem CONEXO. Mostre que essa linguagem está em P.
OBS: Um grafo é conexo se todo nó pode ser atingido a partir de cada um dos outros nós passando pelas arestas do grafo.



Grafo conexo

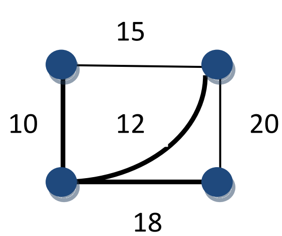


Grafo não conexo

M = “Sobre a entrada <G>, a codificação de um grafo G:

1) Selecione o 1º nó de G e marque-o.
2) Repita o seguinte estágio até que nenhum novo nó seja marcado.
3) Para cada nó em G, marque-o se ele estiver ligado por uma aresta a um nó que já esteja marcado.
4) Faça uma varredura em todos os nós de G para determinar se eles estão todos marcados. Se estiver, aceite. Caso contrário, rejeite”

8) Considere o problema de encontrar uma árvore geradora mínima (AGM) para um grafo. Uma árvore geradora é um subconjunto de arestas tais que todos os nós são conectados por meio dessas arestas, e não existem ciclos. Uma árvore geradora mínima tem o menor peso total de arestas possível entre todas as árvores geradora. Segue um exemplo abaixo. A árvore geradora mínima é a árvore formada por linhas grossas.



Mostre que o problema de encontrar uma árvore geradora mínima está em P.

9) Um triângulo em um grafo não direcionado é um 3-clique. Mostre que TRIANGULO Є P, onde TRIANGULO = {<G> | G contém um triângulo}.

10) Seja MEIO-CLIQUE = {<G> | G é um grafo não-direcionado que tem um subgrafo completo com pelo menos m/2 nós, onde m é o número de nós em G}. Ou seja, meio-clique é a linguagem de todos os grafos que possuem clique de tamanho m/2 sendo m o número de nós em G. Mostre que MEIO-CLIQUE é NP:

   a) Apresentando uma MT M não determinística que decide MEIO-CLIQUE em tempo polinomial não-determinístico.

   b) Apresentando um verificador V para MEIO-CLIQUE.

11) Prove que o problema do exercício anterior é NP-Completo.