UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS – CCA/ UFES
Departamento de Computação

Lista de exercícios 2

Disciplina: Lógica Computacional II
Professora: Juliana Pinheiro Campos Pirovani
Data: 30/11/2013

Assuntos: Semântica da Lógica de Predicados e Propriedades Semânticas da Lógica de predicados

1) Sua amiga afirma que os quantificadores $\forall$ e $\exists$ são insuficientes para os propósitos dela; ela requer novos quantificadores para expressar frases com "para algum" e "não existe". Como você responderia?

2) Faça o que se pede:
   a) Dê uma interpretação para qual $(\forall x)\ p(x)$ seja satisfatível.
   b) Dê uma interpretação para qual $(\forall x)\ p(x)$ seja falso.
   c) É possível achar uma interpretação para a qual tanto $(\forall x)\ p(x)$ seja verdadeiro e $(\exists x)\ p(x)$ seja falso?
   d) É possível achar uma interpretação para a qual tanto $(\forall x)\ p(x)$ seja verdadeiro e $(\exists x)\ p(x)$ seja verdadeiro?

3) Se possível, determine interpretações que interpretam a fórmula abaixo como verdadeira e como falsa. Justifique suas respostas.

$$(\forall x)\ p(x) \leftrightarrow (\exists y)q(y)$$

4) Seja I uma interpretação sobre o conjunto dos números naturais N, tal que I[a] = 5; I[b] = 3; I[x] = 7; I[p(x)] = T <=> xI < 9; I[r(x)] = T <=> xI > 4; I[q(x)] = T <=> xI = 7. Determine o resultado da interpretação de cada uma das fórmulas a seguir segundo I.

   a) $(\forall x)(p(x) \rightarrow (\forall z)r(x)) \leftrightarrow ((\forall x)p(x) \vee (\forall x)r(x))$

   b) $((\forall x)\ p(x) \vee (\forall z)(\forall x)r(x)) \rightarrow (\forall x)(p(x) \vee (\exists x)r(x))$

   c) $(p(x) \wedge q(x)) \leftrightarrow (\forall x)(p(x) \rightarrow q(x))$

   d) $((\exists x)p(x) \rightarrow r(b)) \leftrightarrow ((\forall x)p(x) \rightarrow r(b))$

5) Traduza as sentenças a seguir para fórmulas da lógica de predicados:

   a) Todo macaco tem seu galho.

   b) Toda pessoa que com ferro fere com ferro será ferida.

   c) Quem não se ama, não ama ninguém.

   d) Todo irmão do pai de Pedro é seu tio;

e) Os gatos e cachorros são animais domésticos.

f) Alguns homens são felizes, outros não.

g) Existe um aluno de Ciência da Computação que é admirado por todos.

h) Pedro tem um tio que é mais novo que seu irmão e mora em Israel.

i) Toda pessoa ama alguém, mas não existe ninguém que ame todas as pessoas.

6) Demonstre que as fórmulas H e G a seguir são equivalentes:

a) $H = (\forall x)\ (\forall y)\ p(x,y,z)$ e $G = (\forall y)\ (\forall x)\ p(x,y,z)$
b) $H = \neg(\exists y)\ p(y)$ e $G = (\forall y)\ \neg p(y)$
c) $H = (\forall x)\ (\forall x)\ p(x)$ e $G = (\forall x)\ p(x)$

7) Demonstre que as fórmulas a seguir são tautologias:

a) $H = (\forall x)\ p(x) \rightarrow p(a)$

b) $H = p(a) \rightarrow (\exists x)\ p(x)$

8) Demonstre que a fórmula $H = (\forall x)\ (\neg(\forall y)q(x,y)) \rightarrow (\neg(\forall y)\ q(y,y))$ não é uma tautologia.

9) Seja G uma fórmula na qual a variável x não ocorre livre. Demonstre que os pares de fórmulas são equivalentes.

a) $(\forall x)\ G$ e G

b) $(\exists x)(H \land G)$ e $((\exists x)H \land G)$

c) $(\exists x)\ (H \rightarrow G)$ e $((\forall x)\ H \rightarrow G)$

10) Sejam H e G duas fórmulas. Demonstre que:

a) Se $E1 = (\forall x)(H \lor G)$ e $E2 = (\forall x)H \lor (\forall x)G$ então E2 implica E1, mas E1 não implica E2.

b) Se $E1 = (\forall x)(H \rightarrow G)$ e $E2 = (\exists x)H \rightarrow (\forall x)G$ então E2 implica E1.

11) Mostre que a fórmula $H = p(x) \land \neg\ (\forall x)\ p(x)$ é satisfatível e que $G = (\forall x)(\ p(x) \land \neg\ (\forall x)\ p(x))$ é contraditória.

12) Mostre que os argumentos a seguir são válidos:

a) Todo homem é mortal. Sócrates é homem. Portanto, Sócrates é mortal.

b) Toda mulher bonita, inteligente e sensível é observada. Nenhuma filha de Sr. Arnaldo é observada. Mulher que não é observada não se casa, portanto as filhas do Sr. Arnaldo não se casarão.